**3°) a)** À l'aide d'une intégration par parties, démontrer que, pour tout entier naturel $n \in IN^*$,

$I_{n+1} = -(n+1)J_n + \sin(1)$

$I_{n+1} = \int_0^1 t^{n+1} \cos(t)\, dt$

on pose

$u(t) = t^{n+1} \longrightarrow u'(t) = (n+1).t^n$

$v'(t) = \cos(t) \longrightarrow v(t) = \sin(t)$

$I_{n+1} = \left[t^{n+1}\sin(t)\right]_0^1 - (n+1)\underbrace{\int_0^1 t^n \sin(t)\, dt}_{J_n}$

$= \left(1^{n+1}.\sin(1) - 0\right) - (n+1)J_n$

$\boxed{I_{n+1} = \sin(1) - (n+1)J_n \quad \forall n \in IN^*}$